



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой радиофизики,
профессор

_____ В.П. Якубов

" 03 " _____ 11 _____ 2000

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

Методические указания



Томск – 2000

Указания РАССМОТРЕНЫ И УТВЕРЖДЕНЫ методической комиссией радиофизического факультета



Протокол № 34 от "03" ноября 2000 г.

Председатель методической комиссии радиофизического факультета,

доцент

Г.М. Дейкова

В методических указаниях содержится описание лабораторной работы по потоковому курсу «Волновые процессы» для студентов 3-го курса радиофизического факультета. Даны краткие теоретические сведения и подробное изложение методики выполнения экспериментальной части работы.

Работа может быть использована студентами, аспирантами и специалистами и других специальностей, занимающихся изучением волновых процессов.

Работу подготовил:

доцент Завьялов А.С.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование особенностей распространения продольных магнитных волн в прямоугольном волноводе, изучение структуры поля волны основного типа в поперечном сечении, приобретение навыков определения параметров нагрузок по распределению поля вдоль линии передачи.

1. ВВЕДЕНИЕ

Волновод представляет собой полую металлическую трубу, стенки которого выполняются из хорошо проводящего материала (медь, латунь). Во избежание коррозии волноводы часто гальванически покрывают тонким слоем серебра или другого стойкого к коррозии металла (золото, никель).

На сверхвысоких частотах волноводы имеют то решающее преимущество, что затухание распространяющихся в них волн может быть много меньше, чем в других системах, например в коаксиальной или двухпроводной (полосковой) линиях.

В сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн основным типом линий передачи являются волноводы с прямоугольным поперечным сечением.

Волноводы с круговым поперечным сечением используются главным образом для создания различных элементов волноводного тракта (вращающиеся сочленения, поляризационные устройства).

При решении вопросов, связанных с конструированием волноводов и элементов на их основе, необходимо знать распределение электрических и магнитных составляющих поля в волноводе и распределение токов по стенкам волновода.

2. ПОЛЕ ВОЛНЫ H_{01} В ВОЛНОВОДЕ

Распределение полей в волноводе может быть найдено путем решения системы уравнений Максвелла при заданных граничных условиях на стенках волновода.

Рассмотрим прямоугольный волновод и введем прямоугольную систему координат x, y, z , оси которой расположим так, как показано на рис. 1.

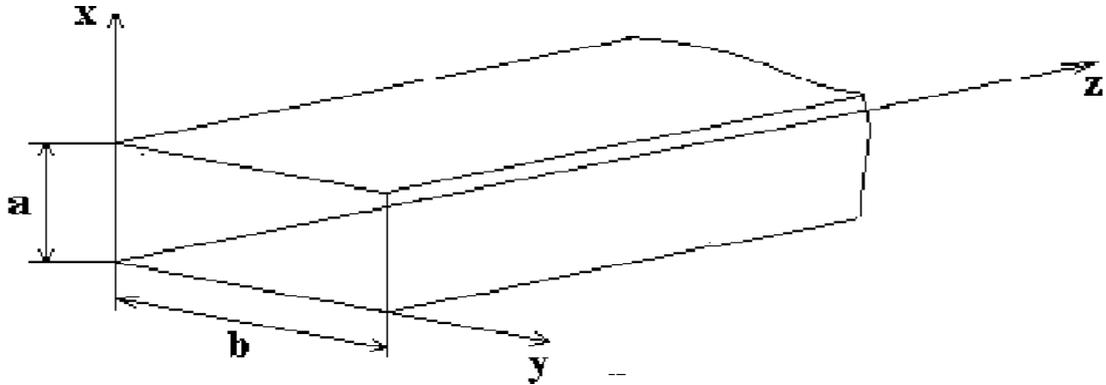


Рис. 1. Волновод прямоугольного сечения

Размеры стенок обозначены a и b . Предположим, что волновод заполнен воздухом ($\epsilon = 1, \mu = 1$), а проводимость стенок будем считать бесконечно большой ($\sigma = \infty$).

В большинстве случаев, когда речь идет об исследовании распределения полей и нахождения скорости распространения волны, такое допущение вполне оправдано. Потери в стенках учитывают при оценке затухания волны в волноводе.

Для прямоугольного волновода с идеально проводящими стенками граничные условия запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \quad \text{при} \quad y = 0, b; \\ E_y &= 0 \quad \text{при} \quad x = 0, a. \end{aligned} \tag{1}$$

Предположим, что поля меняются по гармоническому закону, и этот закон выбран в виде $e^{-i\omega t}$. В этом случае система уравнений Максвелла может быть сведена к уравнению Гельмгольца относительно продольных составляющих электрического и магнитного полей, имеющему в системе координат x, y, z следующий вид:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial z^2} + k^2 L = 0, \tag{2}$$

где L – продольная составляющая поля.

В волноводе с идеально проводящими стенками могут существовать раздельно волны, характеризующиеся наличием продольной составляющей электрического поля (E – волны) или наличием продольной составляющей магнитного поля (H – волны).

При нахождении полей удобно пользоваться векторами Герца. Поле E – волны может быть выражено через одну продольную составляющую вектора Герца Π_z^e , а поле – через составляющую Π_z^m .

Ограничимся рассмотрением только волн продольного магнитного типа. В уравнении (2) под L следует в этом случае понимать z-составляющую магнитного вектора Герца $\vec{\Pi}_m(0, 0, \Pi_z^m)$.

Решение уравнения (1) ищется методом разделения переменных в виде

$$\Pi_z^m(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z). \quad (3)$$

Общий вид решения для прямоугольного волновода удобно записать в виде:

$$\begin{aligned} \Pi_z^m &= A \cos(\alpha x + \varphi) \cdot \cos(\beta y + \psi) \cdot (e^{i\gamma z} + B \cdot e^{-i\gamma z}), \quad (4) \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 &= k_0^2, \end{aligned}$$

где k_0 - волновое число среды, заполняющей волновод ($k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$). Решение

вида $Z(z) = e^{i\gamma z}$ соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении z, а $Z(z) = e^{-i\gamma z}$ - волне обратного направления.

Составляющие электрического и магнитного поля могут быть выражены через продольную составляющую вектора Герца с использованием формул $\vec{E} = ik_0 W_0 \text{rot } \vec{\Pi}_m$, $\vec{H} = \text{grad div } \vec{\Pi}_m + k_0^2 \vec{\Pi}_m$.

В декартовой системе координат

$$\begin{aligned} E_x &= ik_0 W_0 \frac{\partial \Pi_z^m}{\partial y}, \quad E_y = -ik_0 W_0 \frac{\partial \Pi_z^m}{\partial x}, \quad E_z = 0, \\ H_x &= \frac{\partial^2 \Pi_z^m}{\partial x \partial z}, \quad H_y = \frac{\partial^2 \Pi_z^m}{\partial y \partial z}, \quad H_z = \frac{\partial^2 \Pi_z^m}{\partial z^2} + k_0^2 \Pi_z^m. \quad (5) \end{aligned}$$

Граничные условия (1) примут теперь вид:

$$\frac{\partial \Pi_z^m}{\partial y} = 0, \quad y = 0, b; \quad \frac{\partial \Pi_z^m}{\partial x} = 0, \quad x = 0, a. \quad (6)$$

Из условий (6) следует, что $\varphi = \psi = 0$, $\alpha = \frac{m\pi}{a}$, $\beta = \frac{n\pi}{b}$, где m и n – целые числа.

Выражение для составляющей вектора Герца, описывающего прямую волну, имеет вид:

$$\Pi_z^m(x, y, z) = A \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y \cdot e^{i\gamma z}. \quad (7)$$

Величина

$$\gamma = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (8)$$

получившая название постоянной распространения волны в волноводе, должна быть вещественной $\gamma^2 > 0$. Только в этом случае в волноводе будет существовать распространяющаяся волна.

Условию $\gamma^2 < 0$ (γ становится мнимой величиной) соответствует запердельный режим, при котором поле в волноводе убывает вдоль оси Z по экспоненциальному закону. Из условия $\gamma = 0$ получаем так называемую критическую длину волны в волноводе

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \quad (9)$$

Условие распространения волны в волноводе можно записать в виде неравенства

$$\lambda_0 < \lambda_{кр} \quad (10)$$

Постоянную распространения можно записать в виде

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_в}, \quad (11)$$

где $\lambda_в$ - длина волны в волноводе.

Из выражений (8) и (9) найдем

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}. \quad (12)$$

Из выражения (2) следует, что длина волны в волноводе увеличивается по мере приближения рабочей длины волны λ_0 (длина волны генератора) к критической.

Как следует из выражения (9), при заданных размерах волновода наибольшая критическая длина волны получается при возбуждении низших типов волн, т.е. с минимальными значениями индексов m и n . В случае волн магнитного типа один из индексов может принимать значение равное нулю.

Если вдоль широкой стенки ($a < b$) направить ось y , то наибольшую критическую длину волны будет иметь волна H_{01} ($m=0, n=1$). Эта волна и будет волной основного типа. Если ось x направить вдоль узкой стенки, основной волной будет волна H_{10} .

Используя выражение (7) и соотношение (5), найдем составляющие волны H_{10} :

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \sin \frac{\pi}{b} y \cdot e^{i\gamma z}, \\ H_y &= E_0 \frac{\gamma}{k_0 W_0} \sin \frac{\pi}{b} y \cdot e^{i\gamma z}, \\ H_z &= i \frac{E_0}{k_0 W_0} \left(\frac{\pi}{b}\right) \cos \frac{\pi}{b} y \cdot e^{i\gamma z}, \end{aligned} \quad (13)$$

где введена новая постоянная – амплитуда электрического поля в плоскости симметрии волновода $E_0 = iAk_0 W_0 \frac{\pi}{b}$.

Величина, равная отношению двух взаимно ортогональных поперечных составляющих электрического и магнитного поля получила название характеристического сопротивления по полю

$$W_{\text{EH}}^{(H)} = \frac{E_x}{H_y} = W_0 \frac{k_0}{\gamma}. \quad (14)$$

Выражение (14) справедливо для всех волн магнитного типа (H). Поле волны H_{01} имеет только одну электрическую составляющую E_x и две магнитных: поперечную H_y и продольную H_z .

Уравнение силовой линии магнитного поля получается путем интегрирования дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z}. \quad (15)$$

Поскольку картина поля в волноводе перемещается с фазовой скоростью,

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} > c, \quad (16)$$

для получения мгновенной картины надо от комплексных амплитуд перейти к вещественным значениям и зафиксировать момент времени, например положить $t = 0$. Для волны, бегущей в направлении $z > 0$, будем иметь

$$H_y = \frac{E_0}{W_H} \sin \frac{\pi}{b} y \cdot \cos \gamma z, \quad (17)$$

$$H_z = -\frac{E_0}{W_H} \left(\frac{\pi}{b\gamma}\right) \cos \frac{\pi}{b} y \cdot \sin \gamma z.$$

После подстановки выражений для H_y и H_z в уравнение (15) и разделения переменных приходим к уравнению

$$\frac{\pi}{b} \operatorname{ctg} \frac{\pi y}{b} dy = -\gamma \operatorname{ctg} \gamma z dz. \quad (18)$$

Интегрируя уравнение (18), получим уравнение семейства кривых

$$\sin \frac{\pi y}{b} \cdot \sin \gamma z = c_i, \quad (19)$$

где c_i меняется в пределах от 0 до 1. Эти уравнения можно решить численно на ЭВМ.

Структура поля волны H_{01} в прямоугольном волноводе в режиме бегущей волны представлена на рис. 2.

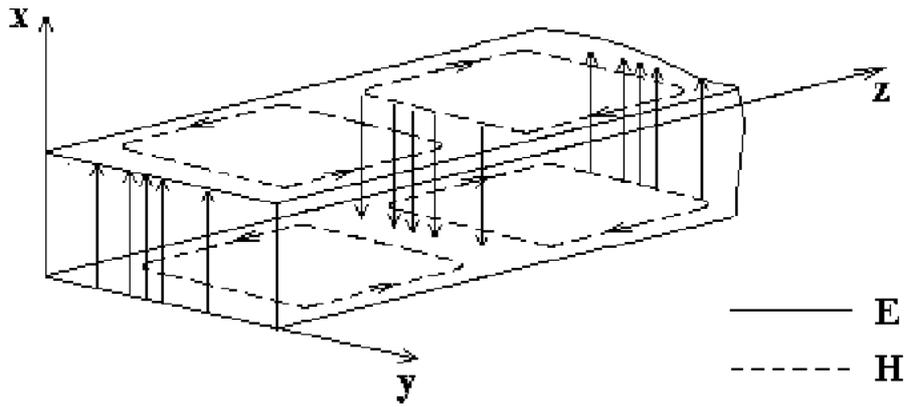


Рис. 2. Структура поля волны H_{01}

Силовые линии электрического поля (сплошные линии) параллельны оси x и лежат в плоскости поперечного сечения.

Силовые линии магнитного поля (штриховые линии) представляют собой замкнутые кривые, лежащие в плоскости $x=\text{const}$.

На стенках волновода наводятся заряды, описываемые поверхностной плотностью

$$\rho_s = \epsilon_0 (\vec{n} \vec{E}), \quad (20)$$

где \vec{n} - нормаль к поверхности, направленная “внутрь” поля. По внутренней поверхности стенок волновода текут поверхностные токи. Величина и направление вектора плотности тока связана с вектором напряженности магнитного поля соотношением

$$\vec{j}_s = [\vec{n} \vec{H}]. \quad (21)$$

Структура поверхностных токов в волноводе показана на рис. 3.

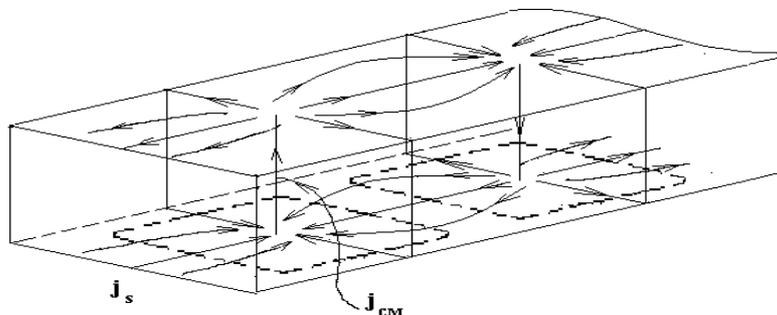


Рис. 3. Структура поверхностных токов

Токи проводимости в стенках волновода переходят в токи смещения ($\vec{J}_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$) внутри волновода аналогично тому, как переменный ток в обычной электрической цепи - в ток смещения, протекающий через конденсатор.

При распространении волны H_{01} в узкой стенке волновода отсутствуют продольные токи, а в середине широкой стенки ($y = \frac{b}{2}$) отсутствует поперечный ток. Поэтому узкая продольная щель, проходящая через середину широкой стенки, не будет влиять на распространение волны H_{01} . Это свойство волны H_{01} широко используется в технике измерений на СВЧ при снятии картины распределения поля вдоль линии.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАГРУЗОК

Распределение поля в продольном сечении волновода исследуется с помощью измерительной линии, представляющей отрезок однородного волновода с двумя фланцами, позволяющими включать линию в тракт между генератором и нагрузкой. В измерительной волноводной линии имеется продольная щель, прорезанная в середине широкой стенки волновода. Вдоль щели передвигается небольшой проволочный зонд (вибратор). Зонд измерительной линии связан с резонатором, смонтированным на передвижной каретке. Резонатор нагружен на детекторную секцию. Зонд, резонатор и детекторная секция составляют вместе индикаторную головку.

Обозначим через $U(z)$ напряжение, наводимое полем E_x на зонде. Напряжение, снимаемое зондом при перемещении индикаторной головки вдоль волновода, будет равно сумме

$$U(z) = \dot{U}_{пад} \cdot e^{i\gamma z} + \dot{U}_{отр} \cdot e^{-i\gamma z}, \quad (22)$$

где $\dot{U}_{пад}$ и $\dot{U}_{отр}$ - комплексные амплитуды напряжения падающей и отраженной волн. Отсчет координаты z принято вести от сечения, к которому подключена нагрузка.

В этом сечении нагрузку будем характеризовать коэффициентом отражения

$$\Gamma_H = \frac{\dot{U}_{\text{отр}}}{\dot{U}_{\text{пад}}} = |\Gamma_H| \cdot e^{i\varphi_H}. \quad (23)$$

Если линия замкнута накоротко, $U(0)=0$, $\Gamma_H = -1$, $|\Gamma_H|=1$, $\varphi_H = \pm\pi$. В этом случае в линии устанавливается чисто стоячая волна, а распределение поля в линии имеет вид коммутированной синусоиды (см. рис. 4):

$$|U(z)| = 2|U_{\text{пад}}| \cdot |\sin \gamma z| = 2U_0 \cdot |\sin \gamma z|. \quad (24)$$

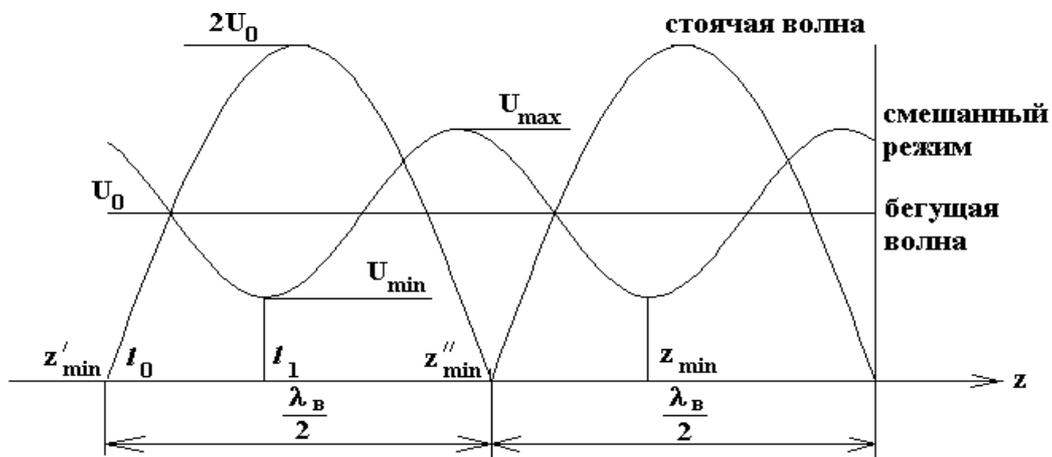


Рис. 4. Распределение амплитуды напряжения вдоль линии при разных режимах работы

Расстояние между двумя узлами стоячей волны равно половине длины волны в волноводе

$$z_{\text{кз}}^{(1)} - z_{\text{кз}}^{(2)} = \frac{\lambda_B}{2}. \quad (25)$$

Один из узлов, соответствующий некоторому делению шкалы измерительной линии l_0 , принимается за “условный” конец линии.

В случае, когда линия согласована ($\Gamma_H = 0$), в линии устанавливается режим чисто бегущей волны. В этом случае амплитуда поля не зависит от координаты z .

При произвольной нагрузке ($0 < |\Gamma_H| < 1$) вдоль линии устанавливается картина поля, характеризующаяся серией максимумов и минимумов. Это так называемый смешанный режим.

Положение минимума определяется из условия: разность фаз отраженной и падающей волн равна $\pm \pi$, т.е.

$$(-\gamma Z_{\min} + \varphi_H) - \gamma Z_{\min} = \pm \pi, \quad (26)$$

отсюда
$$\varphi_H = \pm \pi + 2\gamma Z_{\min}, \quad (27)$$

где Z_{\min} отсчитывается от места включения нагрузки. Как уже отмечалось, практически отсчет ведется от условного конца линии (деление на шкале линии l_0). Поэтому можем записать

$$\varphi_H = \pm \pi + \frac{4\pi}{\lambda_B} \cdot (l_1 - l_0), \quad (28)$$

где l_1 - положение минимума при нагрузке, отсчитываемое от условного конца l_0 в сторону нагрузки.

Напряжение в минимуме
$$U_{\min} = U_0 \cdot (1 - |\Gamma_H|), \quad (29)$$

в максимуме
$$U_{\max} = U_0 \cdot (1 + |\Gamma_H|). \quad (30)$$

Отношение напряжений в максимуме и минимуме может быть определено с помощью измерительной линии и называется коэффициентом стоячей волны по напряжению

$$\text{КСВН}(K_{\text{ст}} U) = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 + \Gamma_H}{1 - \Gamma_H} = S. \quad (31)$$

Отсюда
$$|\Gamma_H| = \frac{S - 1}{S + 1}. \quad (32)$$

Сопротивление нагрузки определяется как

$$Z_H = \frac{U_H}{I_H} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_H}{1 - \Gamma_H}. \quad (33)$$

После подстановки в (33) выражений для $|\Gamma_H|$ и φ_H из (32) и (28) приходим к выражению (см. рис. 4):

$$\frac{Z_H}{Z_0} = \frac{S - i(S^2 - 1) \cdot 0,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \Delta z_{\min}\right)}{S^2 \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \Delta z_{\min}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \Delta z_{\min}\right)}, \quad (34)$$

где $\Delta z_{\min} = (l_1 - l_0)$ - смещение минимума от положения узла при коротком замыкании в сторону нагрузки.

Если минимум смещается в сторону генератора (имеется в виду смещение, не превышающее $\frac{\lambda_B}{4}$), то Δz_{\min} в формуле (34) может быть заменен на $-\Delta z_{\min}$.

4. ГРАДУИРОВКА ДЕТЕКТОРА

Зависимость между током детектора $I_{\text{дет}}$ и приложенным высокочастотным напряжением $|U|$ в общем случае может быть представлена в виде

$$I_{\text{дет}} = k|U|^m, \quad (35)$$

где k и m – параметры, зависящие от свойств детектора и приложенного напряжения.

Для современных детекторов, если ток не превышает 10 мкА, $m=2$, т.е. характеристика детектора квадратична.

В тех случаях, когда такой уверенности нет, необходимо проводить градуировку детектора. Определенный вклад в зависимость показаний индикаторного прибора от приложенного напряжения вносит усилитель. Поэтому полученной градуировкой можно пользоваться только для тех детектора и индикаторного прибора (измерительного усилителя), с которыми она снималась.

Градуировку детектора можно провести с помощью измерительной линии по схеме, изображенной на рис. 5.

Для обеспечения надежной развязки (мощность, отраженная от нагрузки и возвращающаяся к генератору, не должна превышать $\frac{1}{100}$ части падающей) аттенюатор должен иметь затухание порядка 10 дБ.

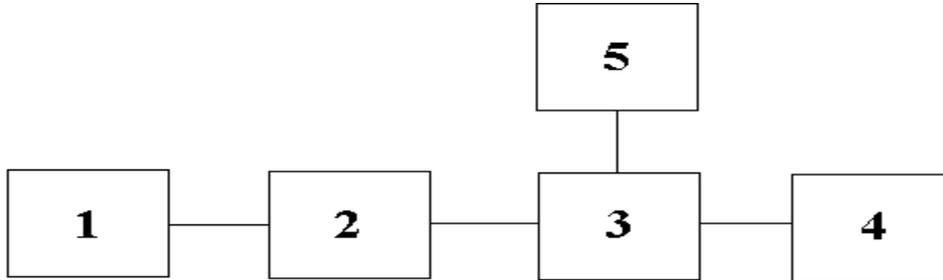


Рис. 5. Структурная схема измерения параметров нагрузок и снятия детекторных характеристик:

1 – генератор, 2 - -развязывающий аттенюатор, 3 – измерительная линия,
4 – короткозамыкатель, 5 – индикатор

Закорачивая выход измерительной линии с помощью заглушки, в линии устанавливают режим чисто стоячей волны. Распределение напряжения в стоячей волне характеризуется соотношением

$$|U(z)| = U_{\max} \cdot \left| \sin \frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}} (z - z_{\min}) \right|, \quad (36)$$

где $U_{\max} = 2U_0$ - напряжение в пучности стоячей волны, z_{\min} - положение узла (отсчет по шкале линии).

Если перемещать зонд измерительной линии от узла поля до пучности, то показания индикаторного прибора пройдут все значения от нуля до некоторого значения, соответствующего полю в пучности.

Характеристика детектора строится в виде графика, по оси абсцисс которого отложены показания прибора, по ординат – величины, пропорциональные амплитуде напряжения, а именно:

$$\frac{U}{U_0} = \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_{\text{в}}} \Delta z_i \right), \quad (37)$$

где $\Delta z_i = l_i - l_0$, l_i - отсчет по шкале измерительной линии, соответствующий некоторому показанию индикаторного прибора α_i .

Удобно проводить равномерную разбивку шкалы ординат. А именно: немного не доходя до пучности, устанавливают стрелку индикаторного прибора с помощью переключателя и (или) ручкой аттенюатора в конце шкалы, например, на делении 100: затем уменьшают показания до 90, 80, ... 5, 0 путем перемещения каретки зонда в сторону узла и записывают α_i и l_i . Положение узла l_0 определяют методом "вилки", находя точки по обе стороны от узла, где показания индикатора оказываются одинаковыми. Положение узла определяется как среднее арифметическое двух отсчетов:

$$l_0 = \frac{l_i' + l_i''}{2}. \quad (38)$$

Аналогичным образом находится положение соседнего узла $l_0^{(1)}$.

Вычисляются значения величин $\lambda_B = 2(l_0^{(1)} - l_0)$, $\sin \frac{2\pi}{\lambda_B} (l_i - l_0)$, и строится график $\alpha(U)$, где $U = \sin \frac{2\pi}{\lambda_B} \Delta z$ (см. рис. 6). Градуировочный график может

быть использован для определения коэффициента стоячей волны следующим образом. Вместо короткозамыкателя, использовавшегося при

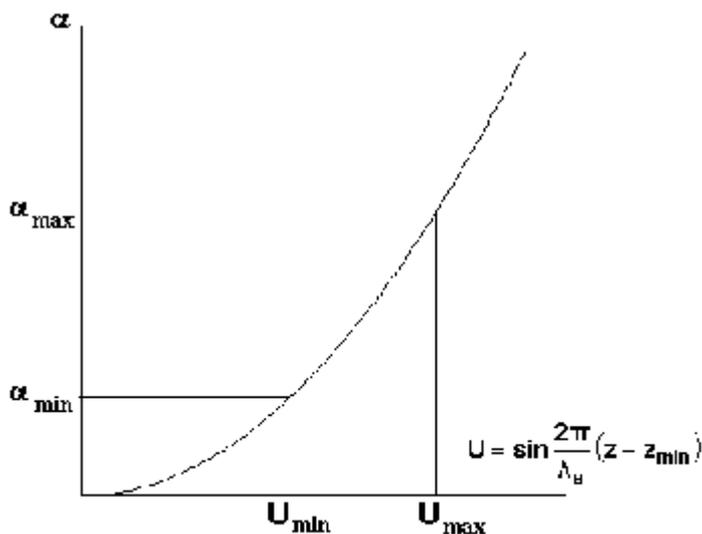


Рис. 6. Характеристика детектора

снятии характеристики детектора, к концу линии подсоединяется исследуемая нагрузка. Кстати, открытый конец прямоугольного волновода также будет некоторой нагрузкой, поскольку определенная доля энергии излучается в свободное пространство.

В случае конечной нагрузки ($Z_H \neq 0$) в линии устанавливается смешанный режим (см. рис. 4). Для нахождения коэффициента стоячей волны снимают показания прибора в максимуме

α_{\max} и минимуме α_{\min} . по графику детекторной характеристики находят соответствующие U_{\max} и U_{\min} (см. рис. 6).

Коэффициент стоячей волны определяется как соотношение

$$K_{\text{ст}} U = S = \frac{U_{\max}}{U_{\min}}. \quad (39)$$

В предположении, что характеристика детектора квадратична,

$$S = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}}{\alpha_{\min}}}. \quad (40)$$

3. ЗАДАНИЕ ПО РАБОТЕ

1. Ознакомиться со структурой и свойствами волны H_{01} в прямоугольном волноводе.
2. Рассчитать на ЭВМ семейство кривых H .
3. Изучить устройство и принцип действия измерительной линии (ИВЛУ-140).
4. Для данного сечения волновода найти критическую длину волны H_{01} , рассчитать и построить зависимость $\lambda_{\text{в}}(\lambda_0)$ или $\lambda_{\text{в}}(f)$.
5. Измерить длину волны в волноводе $\lambda_{\text{в}}$ при ряде значений λ_0 . Точки нанести на график.
6. Снять и построить характеристику детектора.
7. Для ряда нагрузок (открытый конец волновода, рупор, эквивалент антенны) определить КСВН и положение минимума.
8. Определить долю энергии, излучаемую открытым концом волновода.
9. Определить $\frac{Z_{\text{н}}}{Z_0}$ для отдельных нагрузок по круговой диаграмме сопротивлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Завьялов А.С. Основы измерений на сверхвысоких частотах. – Томск: Изд-во ТГУ, 1981. С. 7-33, 120-134.
2. Завьялов А.С., Бабина М.Н., Дунаевский Г.Е. Измерение параметров СВЧ трактов. – Томск: Изд-во ТГУ, 1983. С. 4-16.